



Universidad Nacional de Luján
Departamento de
Ciencias Básicas



DISPOSICION CONSEJO DIRECTIVO DEPARTAMENTAL DE CIENCIAS BÁSICAS DISPCD-CB : 521 / 2025

LUJAN, 29 DE DICIEMBRE DE 2025

VISTO: El programa de la asignatura Geometría Diferencial (15908) para la carrera Licenciatura en Matemática presentado por la División Matemática; y

CONSIDERANDO:

Que la Comisión Plan de Estudio ha tomado intervención en el trámite.

Que se ha tratado y aprobado por el Consejo Directivo Departamental de Ciencias Básicas en su Sesión Extraordinaria del día 11 de diciembre de 2025.

Por ello,

EL CONSEJO DIRECTIVO DEPARTAMENTAL

DE CIENCIAS BÁSICAS

D I S P O N E:

ARTÍCULO 1°.- Aprobar el programa de la asignatura Geometría Diferencial (15908) para la carrera Licenciatura en Matemática presentado por la División Matemática que como anexo I forma parte de la presente Disposición.-

ARTICULO 2°.- Establecer que el mismo tendrá vigencia para los años 2025-2026.-

ARTÍCULO 3°.- Regístrese, comuníquese, cumplido, archívese.-

CP. Ángel S. BERTOGLIO - Secretario Académico - Departamento de Ciencias Básicas

Dr. Carlos J. DI SALVO - Director Decano - Departamento de Ciencias Básicas

DENOMINACIÓN DE LA ACTIVIDAD: 15908 - Geometría Diferencial
TIPO DE ACTIVIDAD ACADÉMICA: Asignatura
CARRERA: Licenciatura en Matemática
PLAN DE ESTUDIOS: Plan 30.01

DOCENTE RESPONSABLE:
Capitelli, Nicolás, Doctor en Ciencias Matemáticas – Profesor Adjunto

EQUIPO DOCENTE:
Capitelli, Nicolás, Doctor en Ciencias Matemáticas – Profesor Adjunto
Bonucci, Pablo, Licenciado en Ciencias Aplicadas - Profesor Adjunto

ACTIVIDADES CORRELATIVAS PRECEDENTES:

PARA CURSAR: 15902 - Cálculo Avanzado
PARA APROBAR: 15902 - Cálculo Avanzado

CARGA HORARIA TOTAL: HORAS SEMANALES: 6 - HORAS TOTALES 96
DISTRIBUCIÓN INTERNA DE LA CARGA HORARIA: Teórico 50%. Práctico 50%
MODALIDAD: A DISTANCIA. 2 HORAS SEMANALES SINCRÓNICAS Y 4 H ASINCRÓNICAS.

PERÍODO DE VIGENCIA DEL PRESENTE PROGRAMA: 2025-2026
--

CONTENIDOS MÍNIMOS O DESCRIPTORES

Curvas en R^n . Longitud de arco. Curvatura. Torsión. Ecuaciones de Frenet. Envolventes. Superficies en R^n . Cartas locales. Parametrizaciones regulares. Plano tangente. Isometrías. Primera y segunda formas fundamentales. Curvatura. Orientación. Aplicación normal de Gauss. Teorema de Gauss. Geodésicas.

FUNDAMENTACIÓN, OBJETIVOS, COMPETENCIAS

La Geometría Diferencial estudia las propiedades locales y globales de curvas y superficies mediante herramientas del cálculo diferencial y la topología. Esta disciplina permite describir y analizar objetos geométricos en espacios euclídeos desde un enfoque intrínseco y extrínseco, articulando conceptos como longitud, curvatura, torsión, orientación y geodésicas. Mediante el estudio de parametrizaciones regulares, formas fundamentales y aplicaciones normales, se construyen modelos matemáticos que permiten formalizar la noción de forma y variación en el espacio. El desarrollo de la teoría diferencial de superficies ofrece fundamentos teóricos esenciales para la física teórica, la visualización computacional, la robótica, la arquitectura y otras áreas donde la geometría interviene de manera estructural.

Los objetivos de esta asignatura son:

- Comprender la estructura local de curvas y superficies en espacios euclídeos, analizando condiciones de regularidad, parametrizaciones y propiedades métricas.
- Calcular y analizar la longitud de curvas y sus reparametrizaciones, especialmente en términos de longitud de arco.
- Estudiar la curvatura y la torsión de curvas planas y espaciales, utilizando el marco móvil de Frenet y las ecuaciones asociadas.
- Describir superficies mediante cartas locales y parametrizaciones regulares, determinando planos tangentes y normales.
- Construir y aplicar la primera y segunda forma fundamental para analizar propiedades métricas y extrínsecas de las superficies.
- Estudiar la aplicación normal de Gauss, la curvatura de Gauss y el teorema egregium como herramientas para la comprensión de la geometría intrínseca.
- Analizar geodésicas como trayectorias de mínima longitud, describiendo sus ecuaciones diferenciales y propiedades fundamentales.
- Explorar isometrías y mapas conformales, así como funciones equiarreales, en relación con la preservación de propiedades geométricas.

Las competencias a desarrollar incluyen:

- Analíticas: Capacidad para modelar y estudiar curvas y superficies mediante herramientas diferenciales, y para interpretar cuantitativamente sus propiedades geométricas.
- Deductivas: Habilidad para formular definiciones y demostrar teoremas clave de la geometría diferencial con rigor lógico y claridad conceptual.
- Instrumentales: Dominio del uso de formas fundamentales, marcos móviles y aplicaciones normales para describir y comparar superficies.
- Computacionales: Competencia en el cálculo explícito de curvaturas, torsión, geodésicas y planos tangentes, utilizando representaciones paramétricas y coordenadas locales.
- Transferibles: Aplicación de técnicas de la geometría diferencial a contextos interdisciplinarios como el modelado geométrico, el diseño asistido por computadora, la física del espacio-tiempo o la navegación sobre superficies.

CONTENIDOS

UNIDADES TEMÁTICAS:

1. **Curvas.** Curvas en espacio n -dimensional, condiciones de regularidad, traza e imagen, ejemplos de curvas planas y espaciales, envolventes.
2. **Longitud de Arco y Reparametrización.** Longitud de arco, cálculo mediante integrales, reparametrización de curvas, parametrización por longitud de arco, invariancia geométrica.
3. **Curvatura en Curvas Planas.** Curvatura en el plano, definición analítica y geométrica, propiedades de la curvatura, interpretación dinámica.
4. **Curvaturas de Curvas Espaciales.** Curvatura y torsión de curvas en el espacio, marco de Frenet, ecuaciones de Frenet-Serret, interpretación geométrica.
5. **Superficies.** Superficies en espacio n -dimensional, parametrizaciones regulares, cartas locales, ejemplos de superficies.
6. **Tangentes y Derivadas.** Plano tangente, derivadas direccionales, aplicación diferencial, normalidad y orientación local.
7. **Primera Forma Fundamental.** Métrica inducida, cálculo del producto escalar sobre el plano tangente, interpretación geométrica, medición de distancias y ángulos, isometrías locales.
8. **Isometrías y Mapas Conformales.** Isometrías entre superficies, condiciones para la preservación de longitudes, mapas conformales, preservación de ángulos.
9. **Funciones Equiarreales y el Teorema de Arquímedes.** Preservación de áreas, funciones equiarreales, aplicaciones clásicas, teorema de Arquímedes y consecuencias geométricas.
10. **Segunda Forma Fundamental.** Definición de la segunda forma fundamental, cálculo de derivadas normales, interpretación en términos de curvatura.
11. **Curvatura Normal y Geodésica.** Curvatura normal, curvatura de Gauss, aplicación normal de Gauss, orientación global, geodésicas, definición y propiedades, teorema de Gauss.

METODOLOGÍA

Las clases se desarrollarán en modalidad a distancia, combinando trabajo asincrónico y sesiones sincrónicas semanales.

Todas las semanas tendrán un día de apertura de material y un día de encuentro sincrónico. Cada semana, el día de apertura se pondrá a disposición de los alumnos el apunte correspondiente en la plataforma virtual. Este material incluirá la exposición teórica del tema, ejemplos resueltos y una serie de ejercicios de práctica. Durante la semana, los estudiantes deberán leer el apunte con detenimiento, intentar resolver los ejercicios propuestos y dejar sus dudas o comentarios en el foro de discusión habilitado para cada unidad.

El día del encuentro sincrónico el docente repasará los contenidos clave del apunte, desarrollará ejemplos adicionales en vivo y guiará la resolución de ejercicios en pantalla compartida. Durante esta

sesión también se responderán las consultas planteadas en el foro y se aclararán los conceptos más complejos.

TRABAJOS PRÁCTICOS

Se contemplan tres trabajos prácticos, uno al concluir cada bloque de unidades temáticas especificadas en la sección “Contenidos” de este Programa:

- Trabajo Práctico 1: Unidades temáticas 1 a 4.
- Trabajo Práctico 2: Unidades temáticas 5 a 8.
- Trabajo Práctico 3: Unidades temáticas 9 a 11.

Cada trabajo se publica en la plataforma digital para descarga individual, se realiza de manera personal y se entrega a través de la misma plataforma. El plazo de entrega es de 15 días corridos a partir de la apertura de la actividad. Los trabajos prácticos consisten en la resolución de uno o varios problemas teórico-prácticos sobre los temas cubiertos por las unidades temáticas correspondientes al período.

REQUISITOS DE APROBACIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN:

CONDICIONES PARA APROBAR COMO REGULAR (CON REQUISITO DE EXAMEN FINAL)

- a) Estar en condición de regular en las actividades correlativas al momento de su inscripción al cursado de la asignatura.
- b) Aprobar el 100% de los trabajos prácticos previstos en este programa, ya sea en instancia directa o re-entrega.
- c) Las características del examen final son las siguientes: se trata de una prueba sincrónica en la que el/la estudiante deberá preparar un breve tema del temario (a determinar por el equipo docente). A continuación, el tribunal podrá plantear preguntas sobre los trabajos prácticos entregados y formular consultas generales acerca del contenido de la materia.

EXÁMENES PARA ESTUDIANTES EN CONDICIÓN DE LIBRES:

- a) Para aquellos estudiantes que, habiéndose inscriptos oportunamente en la presente actividad hayan quedado en condición de libres por aplicación de los artículos 22,25, 27, 29 o 32 del Régimen General de Estudios, SI podrán rendir en tal condición la presente actividad.
- b) Para aquellos estudiantes que no cursaron la asignatura y se presenten en condición de alumnos libres en la Carrera, por aplicación de los artículos 10 o 19 del Régimen General de Estudios, SI podrán rendir en tal condición la presente actividad.
- c) Las características del examen libre son las siguientes: Se trata de un único examen teórico/práctico. El estudiante debe comunicarse primeramente con el equipo docente para recibir indicaciones concretas sobre día, horario y llamado.

BIBLIOGRAFÍA

- Notas del curso confeccionadas por el docente.
- Manfredo P. do Carmo. *Geometría Diferencial de Curvas y Superficies*. Prentice Hall, 1996.
- Andrew Pressley. *Elementary Differential Geometry*. Springer, 2001.
- Sebastián Montiel, Antonio Ros. *Curvas y Superficies*. Editorial Universidad de Granada, 2005.
- Alfred Gray. *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica*. CRC Press, 1997.
- Michael Spivak. *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*, Vol. 2. Publish or Perish, 1979.

DISPOSICIÓN DE APROBACIÓN: CD

Hoja de firmas