



Universidad Nacional de Luján
Departamento de
Ciencias Básicas



DISPOSICION CONSEJO DIRECTIVO DEPARTAMENTAL DE CIENCIAS BÁSICAS DISPCD-CB : 522 / 2025

LUJAN, 29 DE DICIEMBRE DE 2025

VISTO: El programa de la asignatura Análisis Funcional (15907) para la carrera Licenciatura en Matemática presentado por la División Matemática; y

CONSIDERANDO:

Que la Comisión Plan de Estudio ha tomado intervención en el trámite.

Que se ha tratado y aprobado por el Consejo Directivo Departamental de Ciencias Básicas en su Sesión Extraordinaria del día 11 de diciembre de 2025.

Por ello,

EL CONSEJO DIRECTIVO DEPARTAMENTAL

DE CIENCIAS BÁSICAS

D I S P O N E:

ARTÍCULO 1°.- Aprobar el programa de la asignatura Análisis Funcional (15907) para la carrera Licenciatura en Matemática presentado por la División Matemática que como anexo I forma parte de la presente Disposición.-

ARTICULO 2°.- Establecer que el mismo tendrá vigencia para los años 2025-2026.-

ARTÍCULO 3°.- Regístrese, comuníquese, cumplido, archívese.-

CP. Ángel S. BERTOGLIO - Secretario Académico - Departamento de Ciencias Básicas

Dr. Carlos J. DI SALVO - Director Decano - Departamento de Ciencias Básicas

DENOMINACIÓN DE LA ACTIVIDAD: 15907 - Análisis Funcional
TIPO DE ACTIVIDAD ACADÉMICA: Asignatura
CARRERA: Licenciatura en Matemática
PLAN DE ESTUDIOS: Plan 30.01

DOCENTE RESPONSABLE:

Capitelli, Nicolás, Doctor en Ciencias Matemáticas – Profesor Adjunto

EQUIPO DOCENTE:

Capitelli, Nicolás, Doctor en Ciencias Matemáticas – Profesor Adjunto
Klobouk, Abel, Profesor Universitario en Matemática - Profesor Adjunto

ACTIVIDADES CORRELATIVAS PRECEDENTES:

PARA CURSAR: 15903 - Análisis Real

PARA APROBAR: 15903 - Análisis Real

CARGA HORARIA TOTAL: HORAS SEMANALES: 6 - HORAS TOTALES 96

DISTRIBUCIÓN INTERNA DE LA CARGA HORARIA: Teórico 50%. Práctico 50%

MODALIDAD: A DISTANCIA. 2 HORAS SEMANALES SINCRÓNICAS Y 4 HORAS ASINCRÓNICAS.

PERÍODO DE VIGENCIA DEL PRESENTE PROGRAMA: 2025-2026
--

CONTENIDOS MÍNIMOS O DESCRIPTORES

Funciones lineales. Espacios localmente convexos. Funciones convexas. Funcional de Minkowski. Teorema de Hahn-Banach. Espacios euclídeos. Teorema de Riesz. Espacios de Hilbert, operadores. Conjuntos ortonormales. Proyecciones. Base ortonormal en un espacio de Hilbert. Espacios normados. Espacios de transformaciones lineales y acotadas entre espacios normados. Propiedades. Espacios de Banach. Diferenciación en espacios euclídeos.

FUNDAMENTACIÓN, OBJETIVOS, COMPETENCIAS

El Análisis Funcional extiende los conceptos del cálculo y del álgebra lineal al estudio de espacios de dimensión infinita, proporcionando un marco teórico sólido para el tratamiento de problemas en análisis, ecuaciones diferenciales, optimización y física matemática. A través de la noción de espacios normados, espacios de Banach y espacios de Hilbert, así como de operadores lineales y acotados, esta disciplina permite comprender y dominar herramientas fundamentales para la formulación y solución de problemas avanzados de ingeniería, ciencias exactas y sociales. El desarrollo de la teoría de la dualidad (funcionales lineales, teorema de Hahn-Banach), los espacios localmente convexos y el uso de bases ortonormales en espacios de Hilbert facilitan el análisis espectral de operadores y establecen las bases para aplicaciones en mecánica cuántica, procesamiento de señales y teoría de control.

Los objetivos de esta asignatura son:

- Comprender la estructura de los espacios vectoriales normados y de Banach, así como los espacios de Hilbert, identificando sus propiedades topológicas y funcionales.
- Manejar los conceptos de convexo y localmente convexo, y aplicar el funcional de Minkowski para caracterizar conjuntos y normas equivalentes en espacios vectoriales.
- Enunciar y probar resultados fundamentales del Análisis Funcional, con especial énfasis en el teorema de Hahn-Banach y el teorema de Riesz, así como sus consecuencias en la estructura dual y en el análisis de operadores.
- Analizar la teoría de operadores lineales acotados entre espacios normados, describiendo sus propiedades y explorando ejemplos clásicos (incluso compactos y autoadjuntos en espacios de Hilbert).
- Construir y utilizar bases ortonormales en espacios de Hilbert para representar elementos y operadores, comprendiendo la noción de proyección ortogonal y de descomposición espectral. Aplicar técnicas de diferenciación en espacios euclídeos y extenderlas a contextos de dimensión infinita cuando sea posible, evaluando problemas de optimización y de existencia-unicidad de soluciones en espacios de Banach.

Las competencias a desarrollar incluyen:

- Analíticas: Capacidad para modelar problemas matemáticos en entornos de dimensión infinita y aplicar los principios del Análisis Funcional para su resolución.
- Deductivas: Habilidad para enunciar y demostrar teoremas fundamentales (Hahn-Banach, Riesz, representaciones de operadores) con rigurosidad y claridad.
- Instrumentales: Dominio de las herramientas de la teoría de operadores lineales acotados, bases ortonormales y proyecciones en espacios de Hilbert, así como de normas y funcionales en espacios vectoriales normados.
- Computacionales: Competencia para utilizar conceptos de diferenciación en espacios euclídeos y métodos de proyección para el análisis numérico de problemas funcionales y de optimización.
- Transferibles: Aplicación de los resultados del Análisis Funcional en disciplinas afines (física matemática, estadística, teoría de señales, aprendizaje automático) y desarrollo de modelos matemáticos avanzados.

CONTENIDOS

UNIDADES TEMÁTICAS:

Espacios Normados. Definición y ejemplos de normas p , distancia y topología inducida, equivalencia de normas en espacios de dimensión finita, convergencia. Espacios localmente convexos. Funciones convexas.

Espacios de Banach. Definición de espacio completo, ejemplos $C([a,b])$, l^p , L^p , propiedades de series absolutamente convergentes.

Operadores Lineales Acotados. Definición de operador acotado y norma de operador, espacio $B(X,Y)$ de operadores acotados, núcleo y rango, teorema del núcleo cerrado.

Subespacios y Cocientes. Subespacios cerrados y densos, cociente X/M con su norma natural y completitud, proyección canónica y propiedades.

Teorema de Acotación Uniforme. Enunciado y demostración en espacios de Banach, aplicación a familias de operadores lineales.

Teorema de la Función Abierta. Enunciado y demostración, corolario de la inversión continua, aplicación a la inversa de operadores acotados, ejemplos y contraejemplos.

Teorema de Hahn-Banach. Formulaciones real y compleja, extensión de funcionales lineales, aplicaciones al espacio dual y normas.

El Espacio Dual. Definición de dual X^* , bidual X^{**} , inclusión canónica, reflexividad y ejemplos.

Los Espacios L_p . Definición y construcción medida-específica, desigualdades de Hölder y Minkowski, densidad de funciones continuas de soporte compacto, separabilidad.

Espacios de Hilbert. Producto interno y propiedad del paralelogramo, ejemplos, desigualdad de Cauchy-Schwartz. Espacios Separables.

Ortogonalidad. Sistemas ortogonales y ortonormales, complemento ortogonal, teorema de proyección ortogonal y descomposición en suma directa.

Bases Ortonormales. Bases completas y ortonormales, procedimiento de Gram-Schmidt, ejemplos clásicos en l^2 y $L^2([a,b])$. Teorema de clasificación de los espacios de Hilbert separables. Representación en espacios de Hilbert (teorema de Riesz).

METODOLOGÍA

Las clases se desarrollarán en modalidad a distancia, combinando trabajo asincrónico y sesiones sincrónicas semanales.

Todas las semanas tendrán un día de apertura de material y un día de encuentro sincrónico. Cada semana, el día de apertura se pondrá a disposición de los alumnos el apunte correspondiente en la plataforma virtual. Este material incluirá la exposición teórica del tema, ejemplos resueltos y una serie de ejercicios de práctica. Durante la semana, los estudiantes deberán leer el apunte con detenimiento, intentar resolver los ejercicios propuestos y dejar sus dudas o comentarios en el foro de discusión habilitado para cada unidad.

El día del encuentro sincrónico el docente repasará los contenidos clave del apunte, desarrollará

ejemplos adicionales en vivo y guiará la resolución de ejercicios en pantalla compartida. Durante esta sesión también se responderán las consultas planteadas en el foro y se aclararán los conceptos más complejos.

TRABAJOS PRÁCTICOS

Se contemplan tres trabajos prácticos, uno al concluir cada bloque de unidades temáticas especificadas en la sección “Contenidos” de este Programa:

- Trabajo Práctico 1: Unidades temáticas 1 a 4.
- Trabajo Práctico 2: Unidades temáticas 5 a 8.
- Trabajo Práctico 3: Unidades temáticas 9 a 12.

Cada trabajo se publica en la plataforma digital para descarga individual, se realiza de manera personal y se entrega a través de la misma plataforma. El plazo de entrega es de 15 días corridos a partir de la apertura de la actividad. Los trabajos prácticos consisten en la resolución de uno o varios problemas teórico-prácticos sobre los temas cubiertos por las unidades temáticas correspondientes al período.

REQUISITOS DE APROBACIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN:

CONDICIONES PARA APROBAR COMO REGULAR (CON REQUISITO DE EXAMEN FINAL)

- a) Estar en condición de regular en las actividades correlativas al momento de su inscripción al cursado de la asignatura.
- b) Aprobar el 100% de los trabajos prácticos previstos en este programa, ya sea en instancia directa o re-entrega.
- c) Las características del examen final son las siguientes: se trata de una prueba sincrónica en la que el/la estudiante deberá preparar un breve tema del temario (a determinar por el equipo docente). A continuación, el tribunal podrá plantear preguntas sobre los trabajos prácticos entregados y formular consultas generales acerca del contenido de la materia.

EXÁMENES PARA ESTUDIANTES EN CONDICIÓN DE LIBRES:

- a) Para aquellos estudiantes que, habiéndose inscriptos oportunamente en la presente actividad hayan quedado en condición de libres por aplicación de los artículos 22,25, 27, 29 o 32 del Régimen General de Estudios, SI podrán rendir en tal condición la presente actividad.
- b) Para aquellos estudiantes que no cursaron la asignatura y se presenten en condición de alumnos libres en la Carrera, por aplicación de los artículos 10 o 19 del Régimen General de Estudios, SI podrán rendir en tal condición la presente actividad.
- c) Las características del examen libre son las siguientes: Se trata de un único examen teórico/práctico. El estudiante debe comunicarse primeramente con el equipo docente para recibir indicaciones concretas sobre día, horario y llamado.

BIBLIOGRAFÍA

- Notas del curso confeccionadas por el docente.
- Rudin, W. *Análisis funcional*, 2.ª ed., Alianza Editorial, 1980
- Kreyszig, E. *Introducción al análisis funcional y sus aplicaciones*, Editorial Omega, 1988
- Brezis, H. *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2011
- Conway, J. B. *A Course in Functional Analysis*, 2nd ed., Springer, 1990

DISPOSICIÓN DE APROBACIÓN: CD

Hoja de firmas